

以下の問いに答えよ。解答用紙の裏に続けるときは、表側にそのことを明記すること。

1. 3次元ベクトル A, B, C について、下記が成り立つことを示せ。

(1) $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$

(2) $(\vec{A} \times \vec{B})^2 + (\vec{A} \cdot \vec{B})^2 = A^2 B^2$

(3) $(\vec{A} + \vec{B}) \times (\vec{A} - \vec{B}) = 2(\vec{B} \times \vec{A})$

(4) $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$

2. 質量が m_1 と m_2 の二つの物体が、滑らかで水平な床の上に互いに接して置いてある。物体 m_1 に、右図のように水平で一定な力 F を加える。



(1) 物体 m_1 と m_2 にはたらく力を全て図示せよ。

(2) 二つの物体の間にはたらく抗力をそれぞれ求めよ。

3. 平面内ではたらく力 $F = (F_x, F_y)$ について、以下の問いに答えよ。

(1) F が保存力であるとき、 $\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x}$ が成り立つことを示せ。

(2) $F_x = axy$, $F_y = \frac{1}{2}ax^2$ は保存力か。もし保存力ならそのポテンシャルを示せ。

(3) $F_x = axy$, $F_y = by^2$ は保存力か。もし保存力ならそのポテンシャルを示せ。

4. 初速度 v_0 、仰角 θ_0 で投げ上げた質量 m の放物体に、速度に比例する抵抗力がはたらくとき、次の問いに答えよ。(ヒント：抵抗力の比例定数を bm とせよ)

(1) x 方向と y 方向の運動方程式を示せ。

(2) 簡単のため $t=0$ で $(x, y) = (0, 0)$ として、 x と y を t の関数として示せ。