

原子A(質量 m_A)と原子B(質量 m_B)が、原子間距離 r のみに依存する原子間ポテンシャル $V(r)$ で相互作用し、2原子分子を形成しているとする。すなわち、この系のハミルトニアンは

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_A}\nabla_A^2 - \frac{\hbar^2}{2m_B}\nabla_B^2 + \hat{V}(r)$$

であって、 $V(r)$ は $r = r_0$ において極小値をとるとする。このとき(原子間距離 r が r_0 からさほど離れない状態において)、この2原子分子のエネルギーは近似的に

$$E(k, n, J) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V(r_0) + \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega + J(J+1) \frac{\hbar^2}{2I}$$

と表せることを上記のハミルトニアンから出発して説明せよ(それとともに、 m, ω, I を与えられている量で表すこと)。