

### 第 3 学年 応用物理 後期定期試験 (2008.3.5)

**注意** 答えはすべて答案用紙に記入し、解答を得る過程を省略しない。解答は、問題に与えられた変数で表す。スカラー量とベクトル量の記号を明確に区別する。数値を求める問題では、地上での重力加速度を  $9.8 \text{ m/s}^2$ 、地球の半径を  $6370 \text{ km}$  とする。

[1] 質量  $m$  の粒子が外力  $F$  の作用を受けて運動している。粒子は、時刻  $t_A$  に点 A にあり、曲線 C に沿って移動して時刻  $t_B$  に点 B にあるとする。

- (a) 粒子の位置ベクトルを  $r(t)$  とするとき、点 A から点 B までの間に粒子におこなう仕事  $W$  の定義式を書け。
- (b) 粒子の速度ベクトルを  $v(t)$  とするとき、運動エネルギー  $T$  の定義式を書き、運動方程式から次の式を導け。

$$T(t_B) - T(t_A) = W \quad (1)$$

- (c) 運動エネルギー  $T$  と仕事  $W$  の定性的な違いを次のキーワードを使って説明せよ。ただし、2 つのキーワードの意味を説明すること。[キーワード：属性、外的量]
- (d)  $2 \text{ m/s}$  の速さの質量  $3 \text{ kg}$  の粒子を  $5 \text{ m/s}$  の速さにするために、外から行う仕事を求めよ。
- (e) ポテンシャル関数  $V$  が与えられているとき、力の成分  $F_x, F_y, F_z$  をもとめる式を書き、このとき、(a) の仕事  $W$  が次のように表わされることを示せ。

$$W = V(r(t_A)) - V(r(t_B)) \quad (2)$$

- (f) (1) と (2) より力学的エネルギー保存則を導き、この法則の意味を簡単に説明せよ。

[2] 原点に静止する質量  $M$  の粒子と位置ベクトル  $r$  の質量  $m$  の粒子を考える。

- (a) 質量  $m$  の粒子のポテンシャル関数  $V$  は、

$$V(r) = -G \frac{mM}{r} + C, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (3)$$

で与えられる ( $C$  は定数)。この粒子に作用する力  $F = (F_x, F_y, F_z)$  とその大きさ  $F$  を求めよ。

- (b) 地球の半径を  $R$ 、地上での重力加速度を  $g$  とするとき、地上から高さ  $z$  ( $z \ll R$ ) の点にある質量  $m$  の粒子のポテンシャル・エネルギーが  $V = mgz$  になることを示せ。ただし、地上 ( $z = 0$ ) での  $V$  を 0 に選ぶ。
- (c) 速さ  $8 \text{ m/s}$  で真上に投げ上げたボールの最高点の高さはいくらか。空気抵抗は無視する。

[3] 地上からロケットを鉛直方向に打ち上げる。空気抵抗は無視する。

- (a) 無限遠で (3) のポテンシャル関数を 0 に選ぶには、 $C$  はどのように決めればよいか。
- (b) ロケットが地球に戻ってこないための最小の打ち上げ速度は  $v_0 = \sqrt{2gR}$  ( $R$  は地球の半径、 $g$  は地表での重力加速度)であることを示せ。
- (c) この打ち上げ速度で、地上から高さ  $10 \text{ km}$  に到達するまでの時間をもとめよ。

[4] 粒子 (質量  $m$ ) に力  $F = -kx$  が作用し、直線上を振幅  $A$  で振動している場合を考える。

- (a) この粒子の運動方程式から、力学的エネルギー保存則を導け。
- (b) この粒子の力学的エネルギー  $E$  に運動方程式の解を代入して、 $E = kA^2/2$  になることを示せ。
- (c) この粒子のポテンシャルエネルギー  $V$  の 1 周期にわたる平均が  $\bar{V} = E/2$  になることを示せ。
- (d) この粒子の角振動数を  $20 \text{ s}^{-1}$ 、振幅を  $0.05 \text{ m}$  とするとき、原点で速さをもとめよ。