

第 3 学年 応用物理 後期定期試験 (2007.2.26)

注意 答えはすべて答案用紙に記入し、解答を得る過程を省略しない。[4], [5](c), [9] では、図を書くこと。スカラー量とベクトル量の記号を明確に区別する。

- [1] 粒子に作用する力のポテンシャル関数 V が与えられているとき、力の成分 F_x, F_y, F_z をもとめる式を書き、このとき、仕事 W が始点 A と終点 B の V の差 $W = V(r(t_A)) - V(r(t_B))$ で表わされることを示せ。これと、仕事と運動エネルギーの関係式より力学的エネルギー保存則を導け。ただし、運動エネルギーは、粒子の質量 m と速さ $v(t_A), v(t_B)$ で表すこと。

- [2] 地球の質量を M とし、地球の中心から見た位置ベクトルが r の粒子 (質量 m) を考える。

(a) この粒子のポテンシャル関数が $V(r) = -G \frac{mM}{r} + C$, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ で与えられる (G, C は定数)。この粒子に作用する力 $F = (F_x, F_y, F_z)$ とその大きさ F を求めよ (注意: 計算の詳細を書くこと)。

(b) 地球の半径を R , 地上での重力加速度を g とし、粒子の地上から高さを z ($z \ll R$) とするとき、ポテンシャル・エネルギーが $V = mgz$ になることを示せ。ただし、地上 ($z = 0$) での V を 0 に選ぶ (注意: 計算の詳細を書くこと)。

- [3] 質量 m の粒子が直線上を振幅 A , 角振動数 ω で調和振動している。

(a) この粒子の力学的エネルギー E の式を書き、これに運動方程式の解を代入して、 $E = m\omega^2 A^2/2$ になることを示せ (注意: 計算の詳細を書くこと)。

(b) この粒子の運動エネルギーの 1 周期にわたる平均が $E/2$ になることを示せ (注意: 計算の詳細を書くこと)。

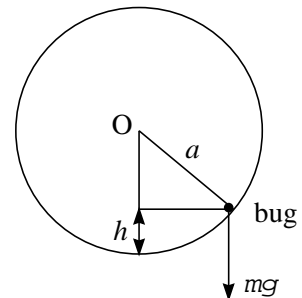
- [4] 固定された半径 $a = 0.5$ m の球の内面の最下点から、虫がゆっくりとはい上がる。球と虫の間の静止摩擦係数が $\mu = 0.6$ のとき、虫が登れる高さ h を求めよ。

- [5] 粒子 (質量 m) の運動を点 O から測った位置ベクトル r で記述する。

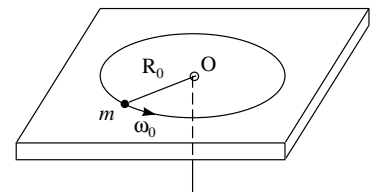
(a) この粒子の点 O のまわりの角運動量ベクトル L を図示し、また、 L を m, r と演算記号で表わせ。

(b) この粒子に力 F が作用しているとき、 $\frac{dL}{dt} = r \times F$ が成り立つことを示せ。また、 L が保存するための条件をこの式を使って説明せよ (注意: 「中心力」という用語は用いないこと)。

(c) 粒子が xy 平面内を運動するとき、角運動量の z 成分を 2 次元極座標で表わすと $L_z = mr^2\dot{\theta}$ になることを示せ。

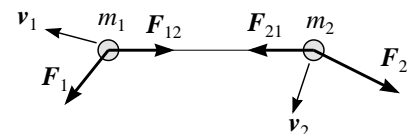


- [6] 水平に置かれた滑らかな板上で、質量 m kg の粒子に糸を結びつけて、糸の他端を小孔 O に通して、粒子を半径 R_0 , 角速度 ω_0 で等速円運動させておく。糸を下に引いて、半径を $R_0/3$ に変えたとき運動エネルギーの変化量と粒子に行った仕事を求めよ。



- [7] 質量 m の粒子が、点 O に静止する質量 M の物体による万有引力 (万有引力定数 G) の作用を受けて円運動している。この粒子の力学的エネルギー E を粒子の点 O のまわりの角運動量の大きさ L を用いて表わせ (注意: 問題に与えられた変数のみを用いること)。

- [8] 図のように、質量 m_1 と m_2 の 2 個の粒子が、外力 F_1, F_2 の作用のもとにあり、それらの粒子の間にそれぞれ F_{12}, F_{21} の力が働いている。この図を用いて運動量の保存則を説明せよ (注意: 図に与えられた変数のみを用いること)。



- [9] 速さ V で動く船の上で、船の進行方向と反対方向に、船に対して速さ v でボールを水平に投げたとき、ボールを投げた直後の船の速さと、全体の運動エネルギーの変化量をもとめよ。人を含めた船の質量を M , ボールの質量を m とする。